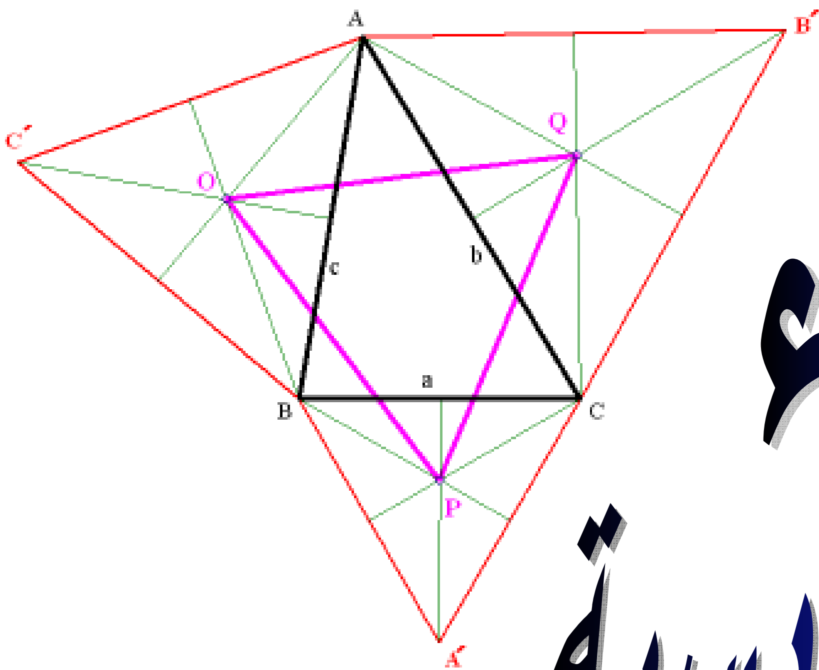
بســـم الله الرحمـــن الرحــيم



ما وراء القضايا الهندسية

لماذا النظمّ و العشوائية معاً في الطبيعة ؟ اللوحة الطبيعية الجميلة للغابة هي من فوضى الأشجار! لماذا الهدوء قبل العاصفة ؟ عندما تهوي الأمور نحو الرقي يطغى عليها الإنتظام ، و عندما تهوي نحو الإنحطاط يسودها الفوضى . أحياناً يخرج النظمّ من بين العشوائية ، و أحياناً تظهر الفوضى من بين النظمّ . لا تقتصر هذه الحالات على الأشياء و الأمور فقط بل تتعدى لتشمل الحالات النفسية فهي كذلك بين النظمّ و العشوائية ، بين الرقي و الإنحطاط .

كل قضية هندسية و كل نظرية علمية هي نتيجة ذوق و إستعداد و نبوغ و دراسة متخصص أو موهوب ، في نفس الوقت هناك حالات نفسية وراء هذه الإختصاصات أو المواهب عند هؤلاء المتخصصين أو الموهوبين .

كنت في حالة نفسية تختلف كثيراً عن حالاتي النفسية السابقة ، في هذه الحالة النفسية الجديدة أخذت أبحث عن النظمّ و الترتيب في المواضيع العشوائية ، أطلب الهدوء من فوضى مفتعلة أو إفتراضية ، قبل هذه الحالة كنت أتتبع النقيض لأرى أين يصل ، لكن في هذه الحالة الجديدة أخذت أنظر للتناقضات معاً و كأنها شئ واحد . في أوج هذه الحالة توصلت لبعض القضايا الهندسية و الفرضيات العلمية التي يطغى عليها إجتماع أو إتحاد التناقضات . من بين جميع هذه القضايا و الفرضيات إستوقفتني قضية هندسية توصلت إليها و برهنتها ، و هي بناء مثلث متساوي الأضلع على معطيات مثلث غير مشخص ، تضمّ هذه المبرهنة شيئين نقيضين (يمكن لهذا المثلث الغير مشخص أن يصبح مثلث متساوي الأضلع) . لإعجابي الشديد بهذه المبرهنة و القضايا الأخرى التي إستنتجتها منها ، إحتفظت بها كثيراً و كلما طالعتها شعرت بتلك الحالات المتحدة مع نقائضها . أرسلت هذه المبرهنة للنشر في أحد المجلات العالمية للرياضيات ، لكن بعد أيام كاتبني رئيس تحرير المجلة هذه مبرهنة نابليون !

حقاً كانت هي مبرهنة نابليون دون أي معرفة مسبقة لي بها ، لكن برهاني لها مثلثاتياً لا هندسياً. تنسب هذه المبرهنة لنابليون ، و كثيرين من يشككوا بأعمال نابليون الرياضية و من بينها هذه المبرهنة . إنتساب هذه المبرهنة لنابليون أثار إعجابي بها أكثر و أكثر، و السؤال لماذا أصبحت هذه المبرهنة لنابليون دون غيره و هل هي صدفة أم فوضى أم عشوائية ، أم نوع من النظمّ ظهرت به هذه المبرهنة من جديد بهذا الترتيب ؟

لمعرفتي بحالات نابليون النفسية و التوسعية ، و مقولة الأضداد المنتظمة في شخصيته ، كذلك حالة النبوغ البارزة على جبهته (كما بينته في دراسة لي بعنوان تداعيات و إنعكاسات الرياضيات) لا أستبعد أن تكون هذه المبرهنة من إبتكاراته ، لأن الخلفية اللا رياضياتية لهذه المبرهنة أوسع من خلفيتها الرياضياتية . البحث حول هذه المبرهنة طويل و أكتفي بهذا القدر .

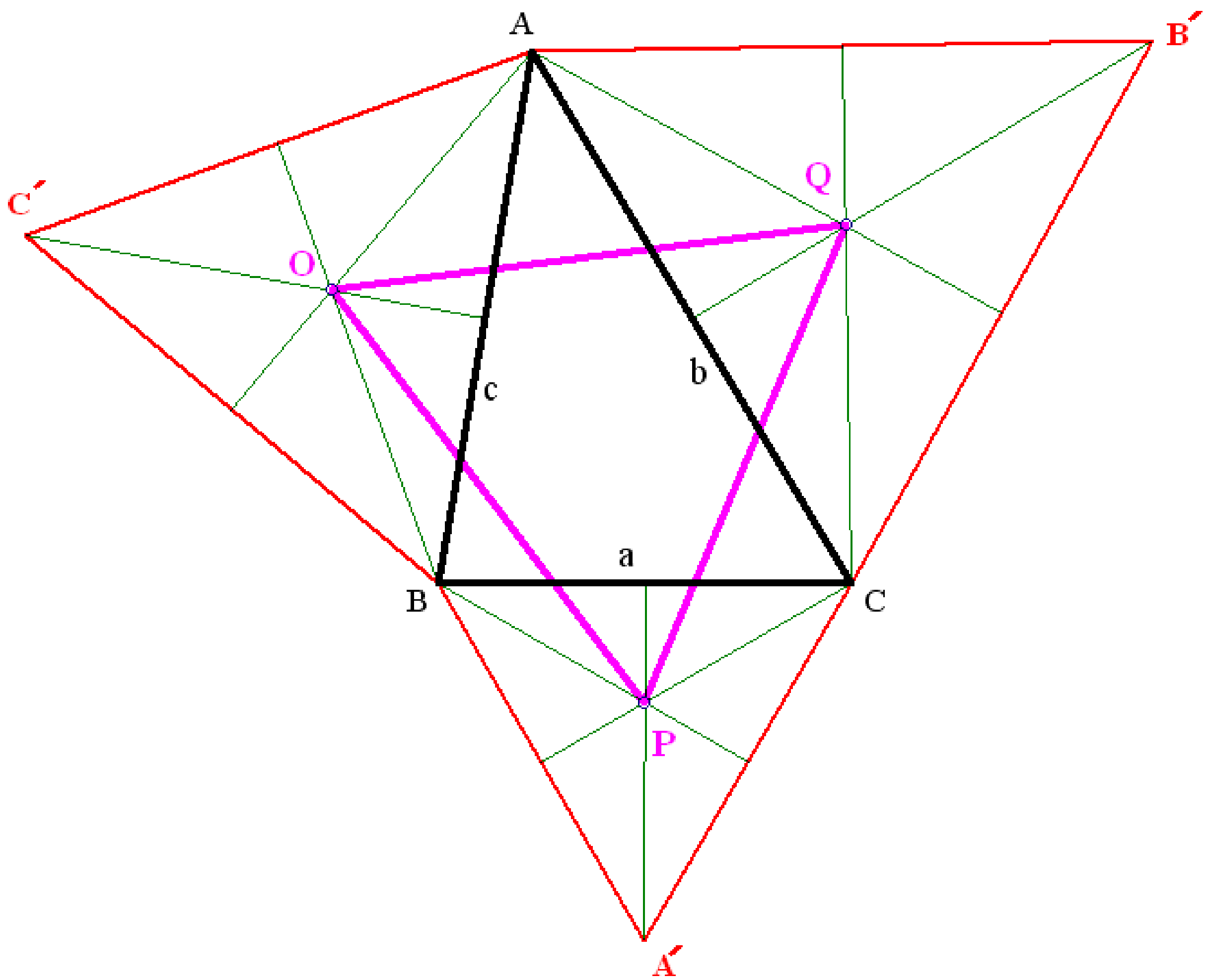
هذه المبرهنة مع برهانها ، كذلك بعض القضايا الهندسية الأخرى التي تستند على هذه المبرهنة (ذكرتها دون براهين) تجدونها في الصفحات القادمة .

مبرهنة نابليون هذه مع هذا البرهان منشورة في المجلة العلمية العامة The General Science Journal باللغة الإنجليزية على هذا الرابط :

http://www.wbabin.net/math/alhajabed.pdf

المبرهنة 1 (مبرهنة نابليون)

نبني مثلثات متساوية الأضلاع على أي مثلث كالمثلث ABC
المثلث الحاصل من مراكز هذه المثلثات هو مثلث متساوي الأضلع



المطلوب إثبات المثلث OPQ متساوي الأضلع

البرهان

المثلث ABC هو مثلث غير مشخص و اضلاعه هي a, b, c و زواياه A, B, C
في المثلث المتساوي الأضلع منصّف الزاويه و منصّف الاضلع و العمود و العمود المنصّف منطبقات على بعضهن و متساويات في الطول. اذا كان طول ضلع المثلث المتساوي الاضلع a فطول هذه الاجزاء من المثلث يساوي

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

فاصلة منصف ضلع المثلث من رأس المثلث الى مركز المثلث

$$\frac{\sqrt{3}}{3}\ a$$

و من مركز المثلث الى القاعده

$$\frac{\sqrt{3}}{6}a$$

نكتب قانون الجيب تمام في كل من المثلثات $\Delta PCQ, \Delta\ QAO, \Delta PBO$

و بما أن :

$$OB=\frac{\sqrt{3}}{3}c \quad \text{and} \quad OA=\frac{\sqrt{3}}{3}c$$
$$QA=\frac{\sqrt{3}}{3}b \quad \text{and} \quad QC=\frac{\sqrt{3}}{3}b$$
$$PC=\frac{\sqrt{3}}{3}a \quad \text{and} \quad PB=\frac{\sqrt{3}}{3}a$$

لذلك :

$$\begin{cases} \Delta PBO : OP^2=\frac{1}{3}c^2+\frac{1}{3}a^2-\frac{2}{3}a.c.\cos(60+B) \\ \Delta PCQ : PQ^2=\frac{1}{3}a^2+\frac{1}{3}b^2-\frac{2}{3}a.b.\cos(60+C)) \\ \Delta QAO : QO^2=\frac{1}{3}b^2+\frac{1}{3}c^2-\frac{2}{3}b.c.\cos(60+A \end{cases}$$

التساوي المثلثاتي هذا :

$$\cos(60+B)=\cos 60.\cos B-\sin 60.\sin B=\frac{1}{2}\cos B-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B$$

لهذا :

$$\begin{cases}\Delta PBO: OP^2=\frac{1}{3}c^2+\frac{1}{3}a^2-\frac{2}{3}a.c.\cos(60+B)\\ \Delta PCQ: PQ^2=\frac{1}{3}a^2+\frac{1}{3}b^2-\frac{2}{3}a.b.\cos(60+C)\\ \Delta QAO: QO^2=\frac{1}{3}b^2+\frac{1}{3}c^2-\frac{2}{3}b.c.\cos(60+A)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}OP^2=\frac{1}{3}(c^2+a^2-a.c.\cos B)+\frac{\sqrt{3}}{3}a.c.\sin B\\ PQ^2=\frac{1}{3}(a^2+b^2-a.b.\cos C)+\frac{\sqrt{3}}{3}a.b.\sin C\\ QO^2=\frac{1}{3}(b^2+c^2-b.c.\cos A)+\frac{\sqrt{3}}{3}b.c.\sin A\end{cases}$$

إذن :

$$\begin{cases}OP^2=\frac{1}{3}\underbrace{(c^2+a^2-2a.c.\cos B)}_{b^2}+\frac{\sqrt{3}}{3}a.c.\sin B+\frac{1}{3}a.c.\cos B\\ PQ^2=\frac{1}{3}\underbrace{(a^2+b^2-2a.b.\cos C)}_{c^2}+\frac{\sqrt{3}}{3}a.b.\sin C+\frac{1}{3}a.b.\cos C\\ QO^2=\frac{1}{3}\underbrace{(b^2+c^2-2b.c.\cos A)}_{a^2}+\frac{\sqrt{3}}{3}b.c.\sin A+\frac{1}{3}b.c.\cos A\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}OP^2=\frac{1}{3}b^2+\frac{\sqrt{3}}{3}a.c.\sin B+\frac{1}{3}a.c.\cos B\\ PQ^2=\frac{1}{3}c^2+\frac{\sqrt{3}}{3}a.b.\sin C+\frac{1}{3}a.b.\cos C\\ QO^2=\frac{1}{3}a^2+\frac{\sqrt{3}}{3}b.c.\sin A+\frac{1}{3}b.c.\cos A\end{cases}$$

نكتب قانون الجيب تمام في المثلث **ABC** لكل الأضلاع و نستنتج هذه الرابطتين :

$$\begin{cases}a^2=b^2+c^2-2b.c.\cos A\\ \left.\begin{aligned}b^2=a^2+c^2-2a.c.\cos B\\ c^2=a^2+b^2-2a.b.\cos C\end{aligned}\right\}\Rightarrow b^2+a.c.\cos B=c^2+a.b.\cos C\end{cases}\qquad \mathbf{I}$$

الرابطة **I** هي ناتج (b^2-c^2)

كذلك ناتج (a^2-c^2) يساوي $c^2+a.b.\cos C=a^2+b.c.\cos A$ نرمز له **I I**

من قانون الجيب في المثلث **ABC** نحصل على هذه الرابطتين :

$$\frac{\sin B}{\sin C}=\frac{b}{c}\Rightarrow \sin B=\frac{b}{c}\sin C$$

$$\sin A=\frac{a}{c}\sin C$$

إذا و ضعنا $\sin B=\frac{b}{c}\sin C$ في OP^2 سنحصل على :

$$OP^2=\frac{1}{3}(b^2+a.c.\cos B)+\frac{\sqrt{3}}{3}a.b.\sin C$$

و بما أن PQ^2 تساوي :

$$PQ^2=\frac{1}{3}\left(c^2+a.b.\cos C\right)+\frac{\sqrt{3}}{3}a.b.\sin C$$

لهذا ، إذا قايسنا الرابطتين الأخيرتين مع I سنحصل على **OP=PQ**

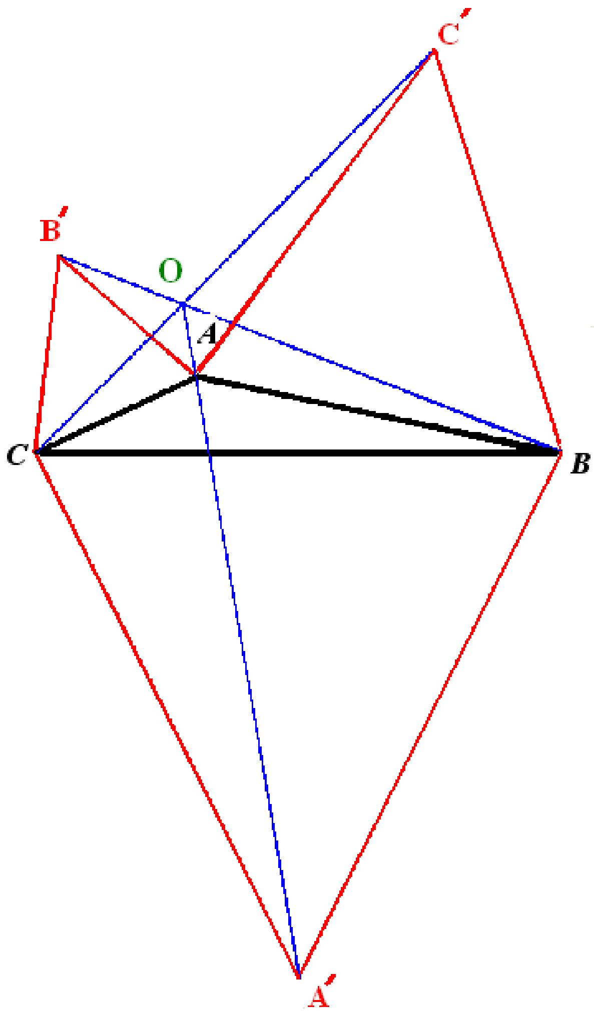
كذلك إذا وضعنا $\sin A=\frac{a}{c}\sin C$ في QO^2 سنحصل على :

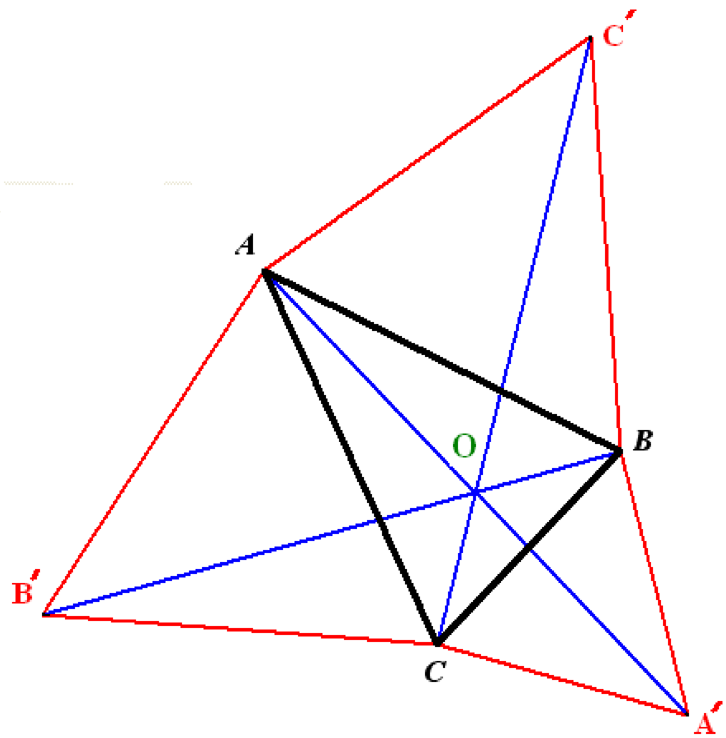
$$QO^2=\frac{1}{3}(a^2+b.c.\cos A)+\frac{\sqrt{3}}{3}a.b.\sin C$$

إذا قايسنا QO^2 مع PQ^2 و كانت (II) في الحسبان ، سنحصل على **QO=PQ** . لهذا **OP=PQ=QO** . لذلك المثلث **OPQ** هو مثلث متساوي الأضلع .

القضيه 2

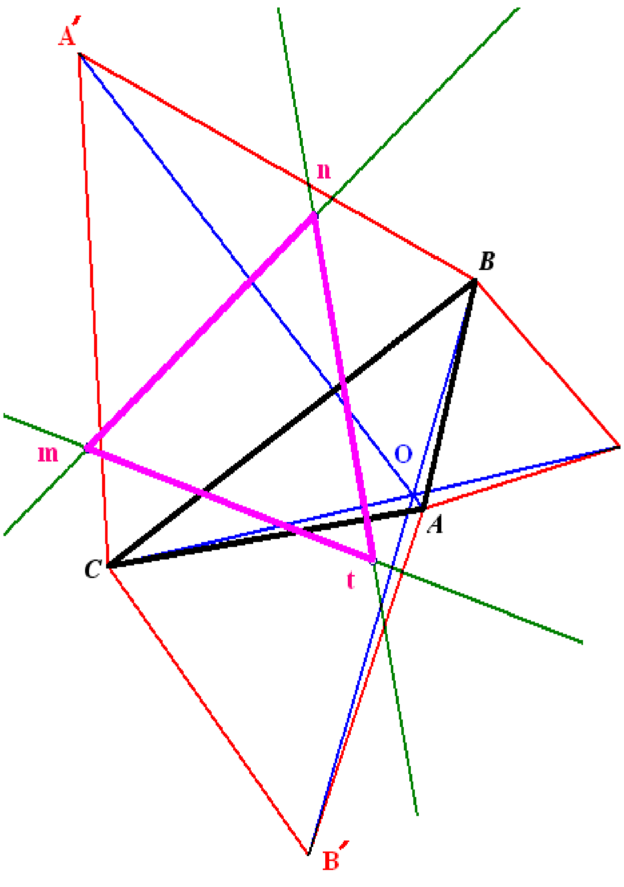
نبني مثلثات متساوية الأضلع على أي مثلث كالمثلث ABC ثم نوصل رؤوس هذه المثلثات برؤوس نظائرها من المثلث ABC تلتقي المستقيمات CC', BB', AA' **في نقطه واحده هي النقطه O**

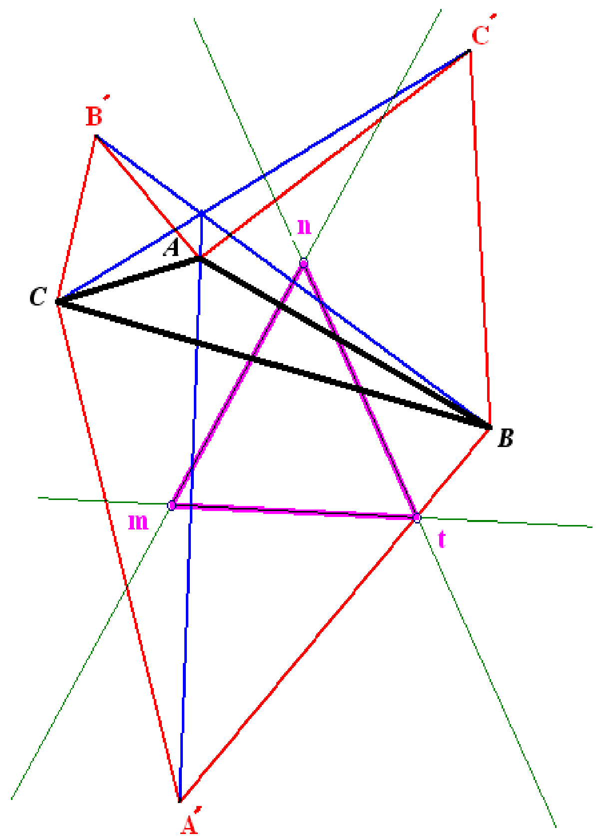




القضيه 3

نبني مثلثات متساوية الأضلع على أي مثلث كالمثلث ABC ثم نوصل رؤوس هذه المثلثات برؤ س نظائرها من المثلث ABC المثلث الحاصل من نقاط تقاطع أعمدة (وسيط) منتصف المستقيمات CC', BB', AA' **هو مثلث متساوي الأضلع mnt**

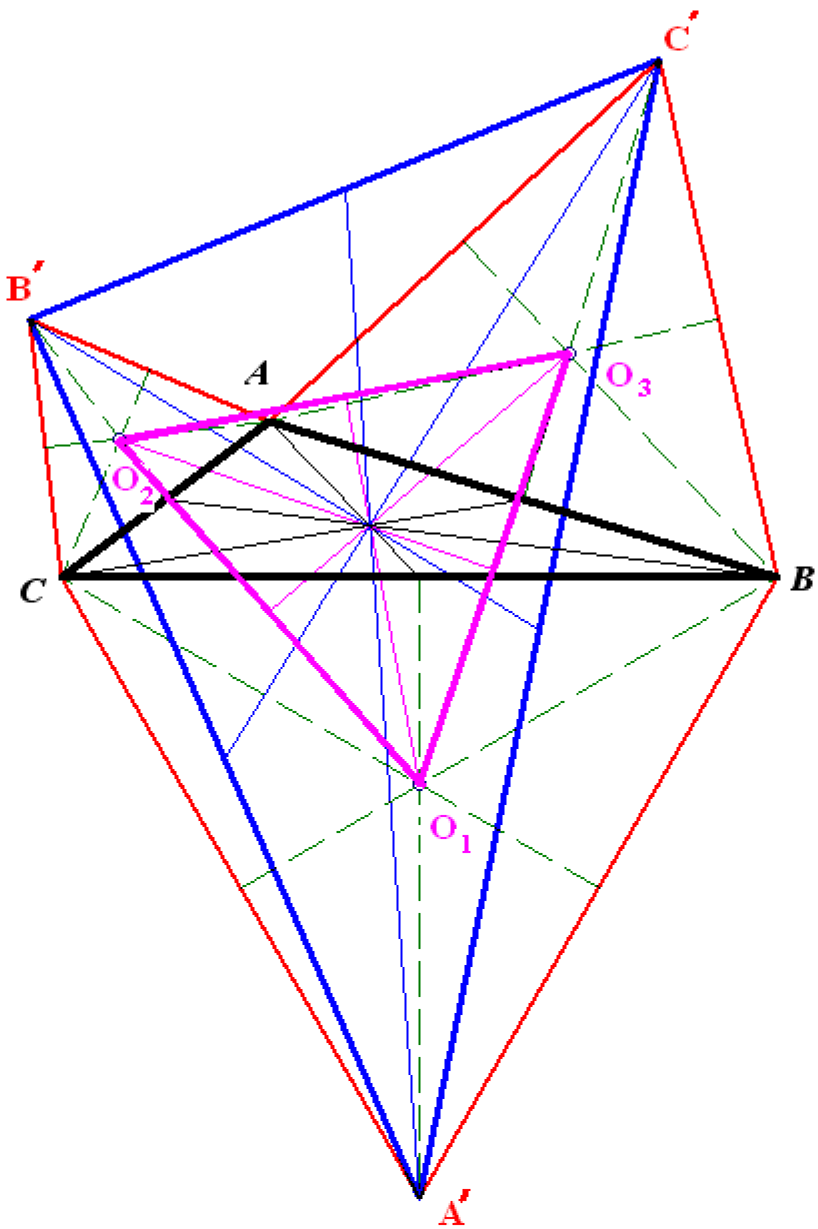




القضيه 4

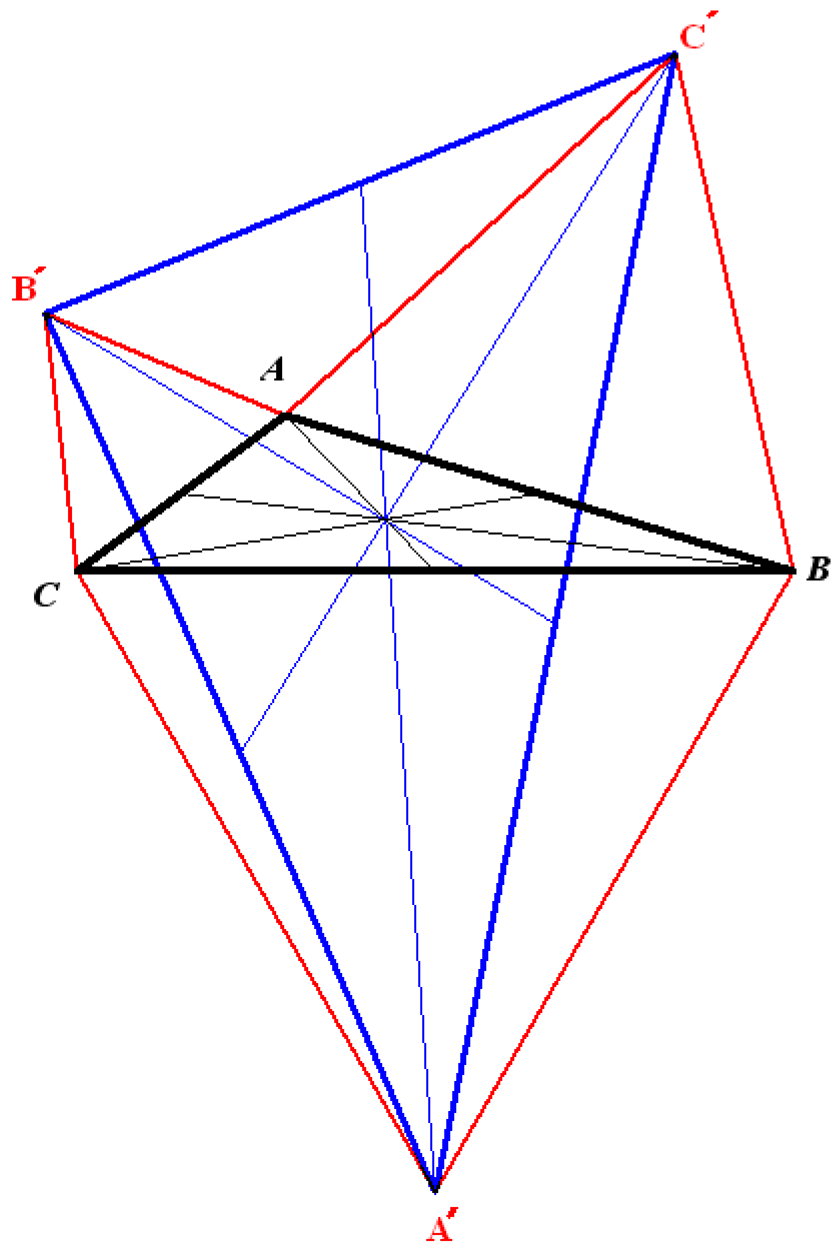
إذا كانت A', B', C' رؤوس المثلثات المتساوية الأ ضلع المبنيّة على المثلث ABC، و O_1 و O_2 و O_3 مراكزها.

مراكز المثلثات $A'B'C'$ و ABC و $O_1O_2O_3$ منطبقه على بعضها.



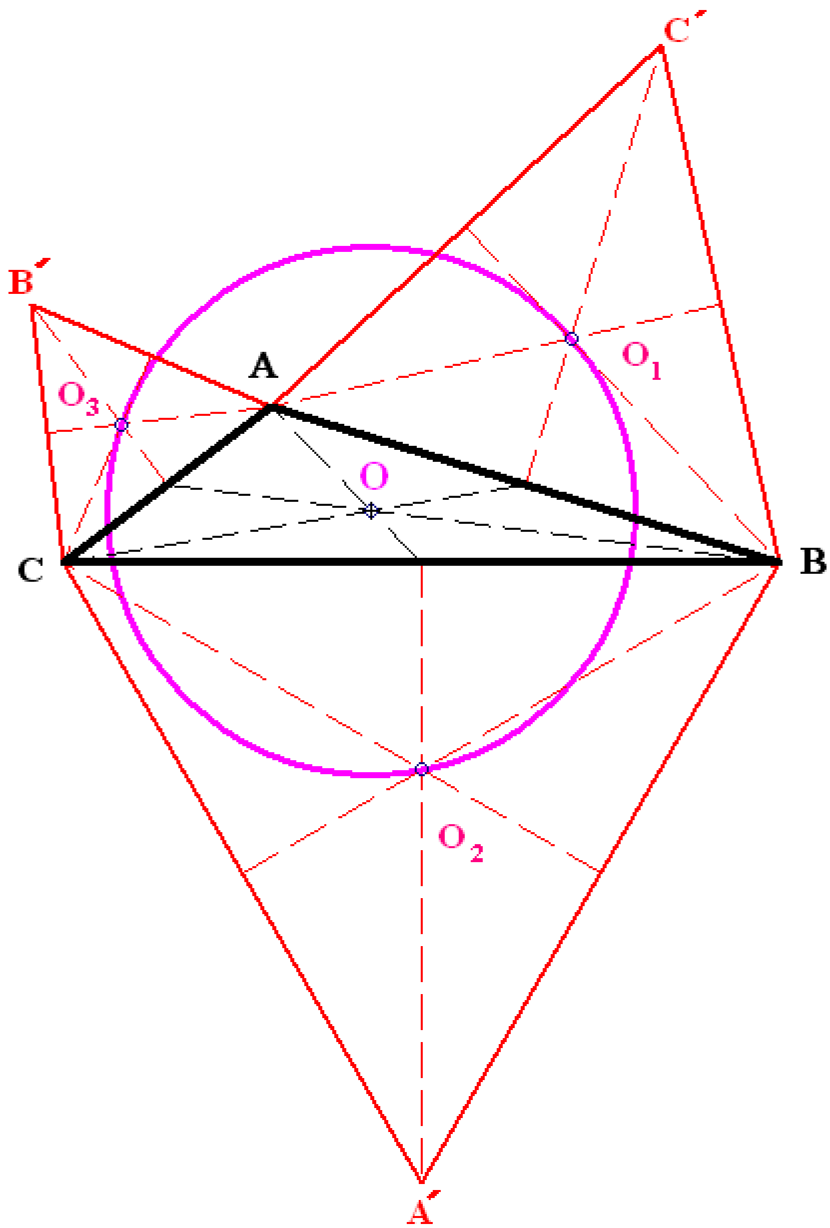
القضيه 5

إذا كانت C', B', A' رؤوس المثلثات المتساوية الأضلع المبنيّة على المثلث ABC . فإن مركز المثلث $A'B'C'$ منطبق على مركز المثلث ABC



القضيه 6

إذا كانت O مركز المثلث ABC فإن دائره بمركز O تمرّ من مراكز المثلثات المتساوية الأ ضلع المبنيّة على المثلث ABC

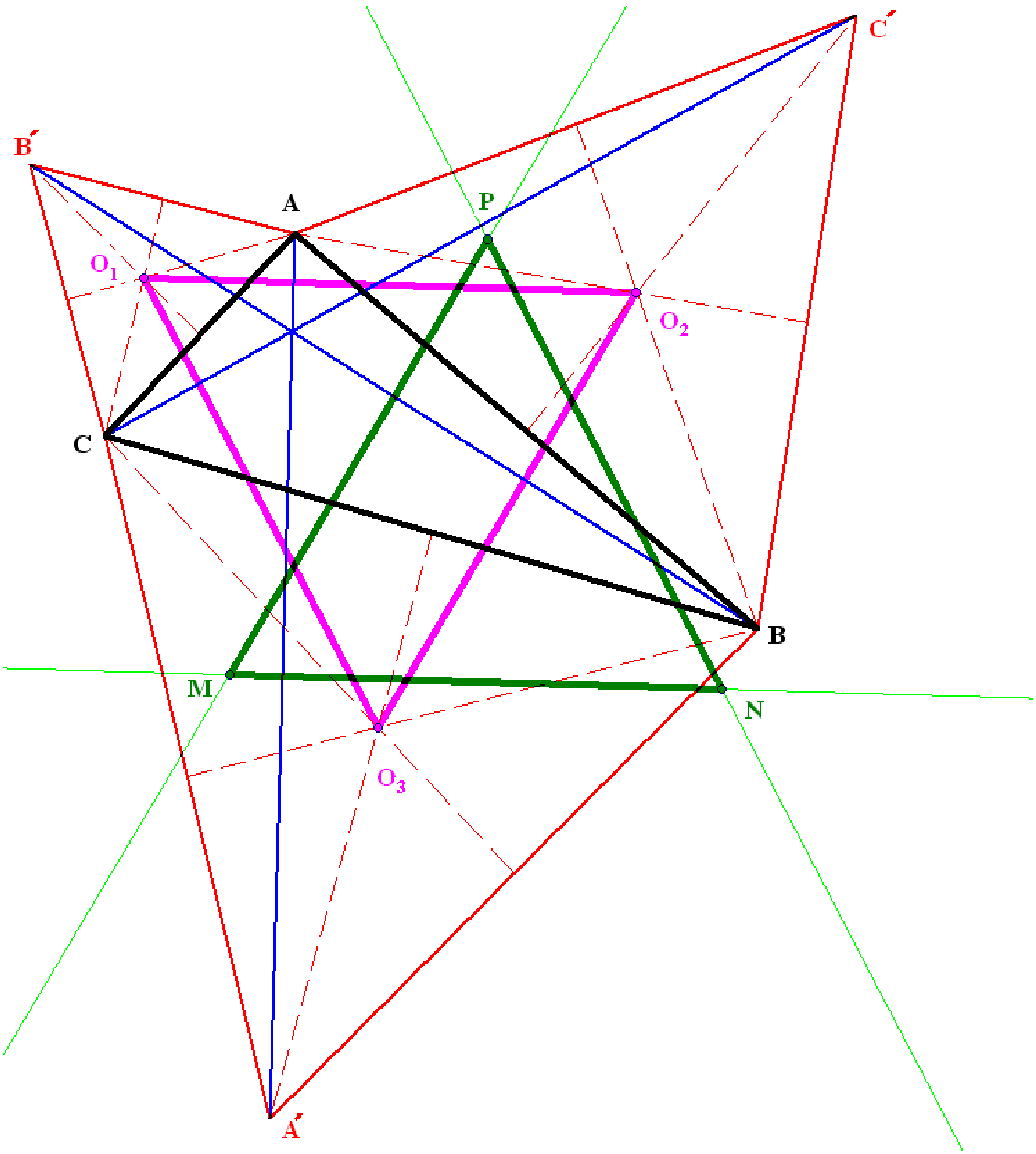


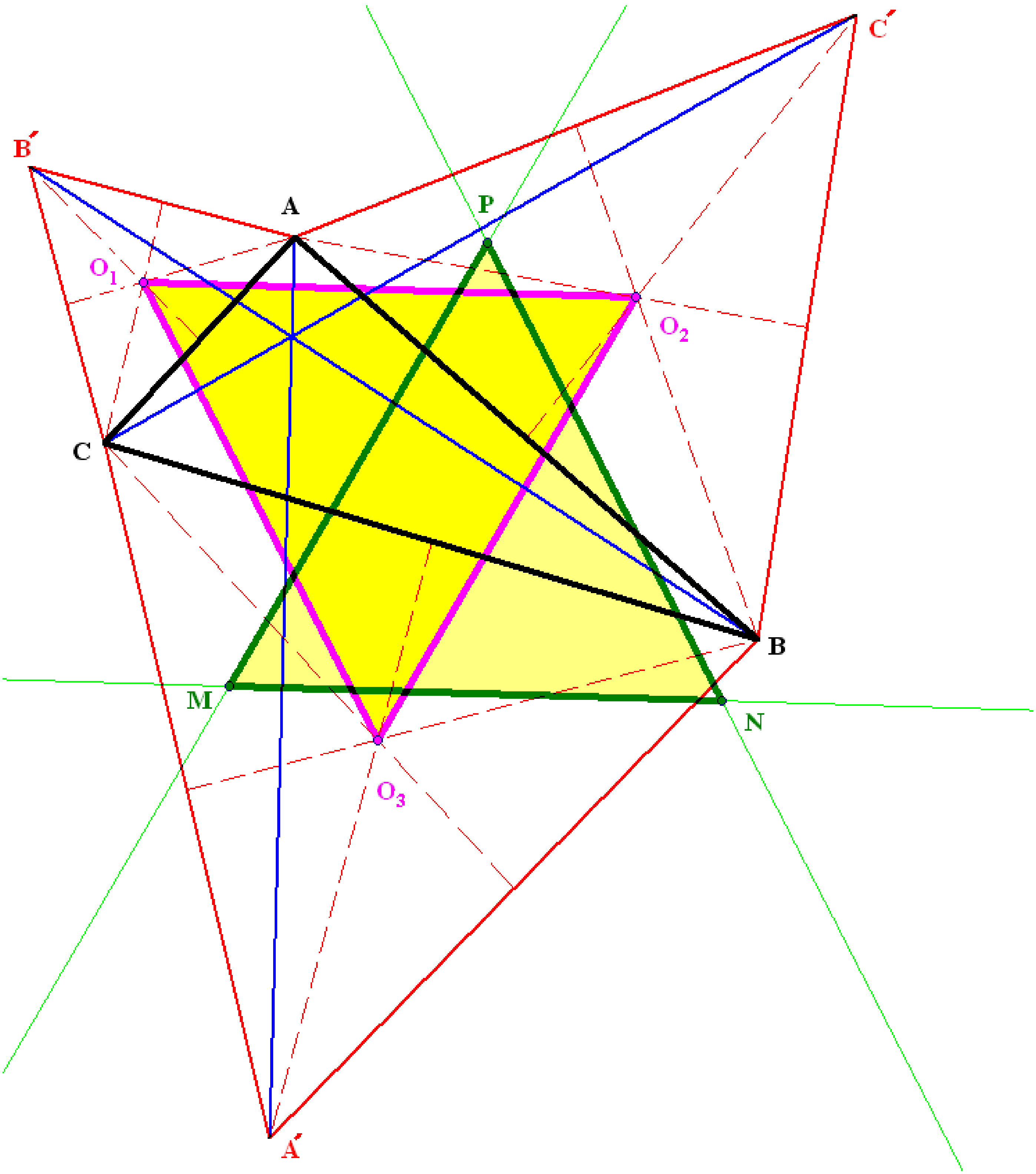
القضيه 7

نبني مثلثات متساوية الأ ضلع على اضلاع أي مثلث كالمثلث ABC ثم نوصل رؤوس هذه المثلثات برؤوس نظائرها من المثلث ABC المثلث الحاصل من نقاط تقاطع أعمدة وسيط (منتصف) المستقيمات AA', BB', CC' هو مثلث متساوي الأ ضلع MNP مساحة هذا المثلث تساوي مساحة المثلث الحاصل من إلتقاء مراكز المثلثات المتساوية الأ ضلع المبنيّة على المثلث ABC

أي:

المثلث MNP = المثلث $O_1 O_2 O_3$

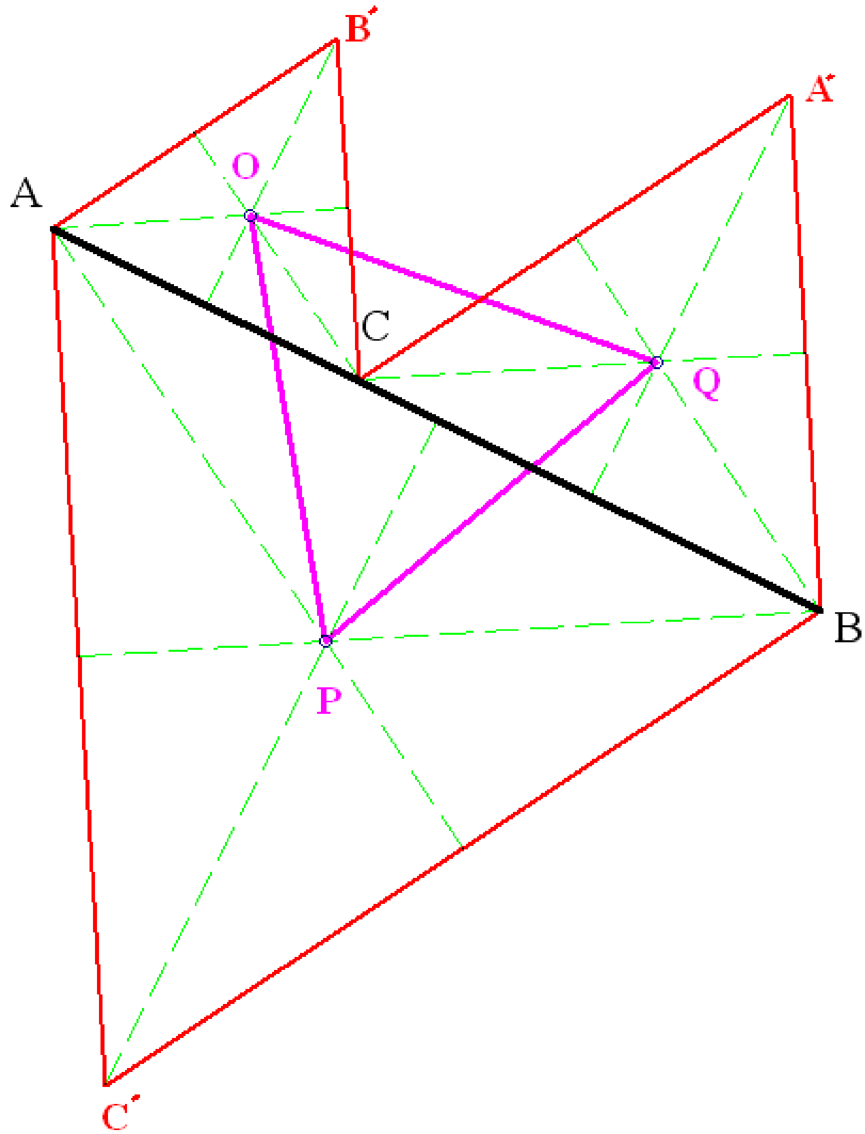

C´
B´
A
P
O1
O2
C
B
M
N
O3
A´


C´
B´
A
P
O1
O2
C
B
M
N
O3
A´

القضيه 8

إذا انتخبنا نقطة C على المستقيم AB ثم بنينا مثلثات متساوية الأ ضلع على المستقيمات AC وBC و AB المثلث الحاصل من إلتقاء مراكز المثلثات المتساوية الأضلع هو مثلث متساوي الأ ضلع

المثلث OPQ متساوي الأ ضلع



مركز المثلث هو نقطة إلتقاء المستقيمات المتوسطة **(medians)**

موقع جلال الحاج عبد

www.jalalalhajabed.com

البريد الألكتروني :

jalal.alhajabed@hotmail.com

jalal.alhajabed@yahoo.com